Tugas Matematika Teknik II kelas E

Hafeeza rinn

1. *Apa pengertian tentang :*

A. *Fungsi yang kontinyu/periodik*

Fungsi periodik adalah fungsi f(x) untuk semua x angka real. Kecuali untuk beberapa titik jika ada angka positif p, atau periode dari f(x) yang memenuhi

$f(x)=f(x+p)$

Penggambaran dari fungsi periodik adalah seperti berikut

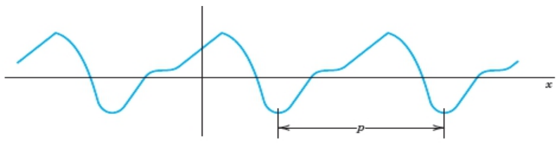


Fig. 258. Periodic function of period p

Contoh fungsi periodik:

$F(x) = \cos x$

$F(x) = \sin x$

$F(x) = \tan x$

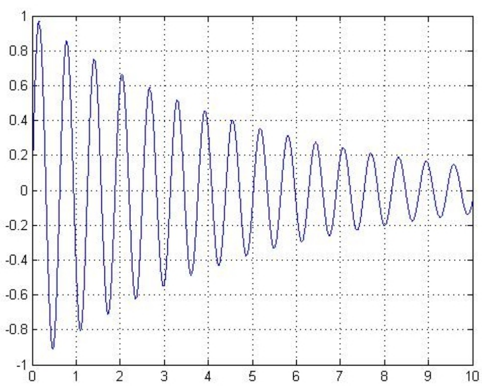
B. Fungsi yang diskontinyu/non periodik

Kebalikan dari fungsi periodik, maka fungsi non periodik adalah fungsi yang nilai nya tidak mirip pada setiap kelipatan nya. Jarak antara nilai x tidak konstan dan puncak dari gelombang tidak konstan pula

Jika dipresentasikan dalam fungsi, maka contoh nya adalah fungsi

$F(t) = e^{2t}\sin(t)$

Dengan grafik seperti di bawah



2. Jelaskan pengertian tentang deret fourier dan sertai dengan contoh gambar deretnya

Misalnya ada f(x) adalah sebuah fungsi periodik dengan periode p pada a<x<a+p, dengan f(x) =f(x+p)

Maka, fungsi f(x) dapat diuraikan pada deret fourier:

$$\mathrm{f(x)} = \frac{\mathrm{a0}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n cos\, \frac{n\pi x}{L} + b_n sin\, \frac{n\pi x}{L} \right)$$

Dengan koefisien a_0, a_n, a_b sebagai koefisien fourier dan ditentukan oleh fungsi f(x)dengan hubungan berikut:

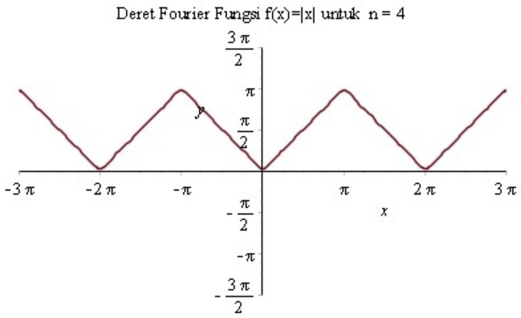
$$a_0 = \frac{1}{L} \int f(x)\, dx$$

$$a_0 = \frac{1}{L} \int_a^{a+p} f(x) cosd\, \frac{n\pi x}{L}\, dx$$

$$a_0 = \frac{1}{L} \int_a^{a+p} f(x)\, sin\, \frac{n\pi x}{L} dx$$

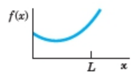
Dengan p periode dan nL=1/2 periode

Untuk grafik deret fourier misalkan seperti berikut

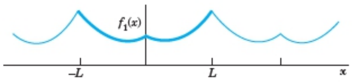


3. Apa yang dimaksud dengan fungsi setengah kisaran?

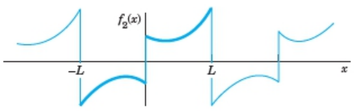
Misalkan suatu fungsi f(x) didenisikan pada interval L. Fungsi ini dapat diekspansikan ke dalam deret Fourier. Dengan fungsi ini mencakup fungsi *sin dan* . Jadi diperlukan pendenisian fungsi pada interval -L sd 0. pada fungsi genap, f1 seperti gambar di bawah dan fungsi ganjil seperti gambar270bkarena kedua fungsi memiliki 2L tetapi hanya setengah kisaran sehingga disebut lah fungsi setengah kisaran.



(0) The given function $f(x)$



(a) $f(x)$ continued as an ***even*** periodic function of period $2L$



(b) $f(x)$ continued as an ***odd*** periodic function of period $2L$

Tambahan, pada fungsi diatas disebutkan fungsi genap dan fungsi ganjil

Secara singkat seperti berikut. Untuk fungsi genap periode 2π dengan f adlah genap dan L=π maka

F(x) = $a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n cosnx$

Dengan koefisien

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\, dx, \quad a_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\, cos\, nx\, dx,$$

Untuk fungsi ganjil dengan periode 2π

F(x) = $\sum_{n=1}^{\infty} b_n sin\, nx$

Koefisien adalah

$$b_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\, sin\, nx\, dx,$$

4. Berikan contoh implementasi dari penerapan deret fourier suatu fungsi

Fourier dapat diimplementasikan pada trigometric polynomial, Orthogonal function atau seperti contoh berikut

Contoh deret fourier, di berikan fungsi

$$f(x) = \begin{cases} -k\ jika\ -\pi < x < 0 \\ k\ jika\ 0 < x < \pi \end{cases} \quad \text{dan } f(x+2\pi) = f(x)$$

Pertama, diperoleh a_0=0 dengan area f(x) pada -π dan π adalah nol. Maka diambil $a_1 a_2$ dari cosinus.

F(x) dibagi menjadi dua dari -π dan π sebagai integral berikut:

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x) cosnx\, dx = \frac{1}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0} (-k) cos\, nx\, dx + \int_{-\pi}^{0} k\, cos\, nx\, dx\right]$$

$$= \frac{1}{\pi}\left[-k\ \frac{sin\, nx}{n}\Big|_{-\pi}^{0} + k\frac{sin\, nx}{n}\Big|\ \right] = 0$$

Karena nx=0 pada -π,0 dan π = 1,2,… dan koefisien cosinus adalah nol. Karena fungsi f(x) ini adlah fungsi sinus yang didapat dari persamaan berikut

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x) sinnx\, dx \;= \frac{1}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0} (-k) sin\, nx\, dx + \int_{-\pi}^{0} k\, sin\, nx\, dx\right]$$

$$= \frac{1}{\pi}\left[-k\, \frac{cos\, nx}{n}\bigg|_{-\pi}^{0} + k\frac{cos\, nx}{n}\bigg|_{0}^{\pi}\right] = 0$$

Karena cos (-a) = cos (a) dan cos0 = 1 ini menghasilkan

$$b_n = \frac{k}{n\pi}[cos\, 0 - cos(-n\pi) - cos\, n\pi + cos\, 0\,]$$

$$= \frac{2k}{n\pi}[1 - cos\, n\pi\,]$$

Saat cosπ = -1, cos 2π= 1 dan cos3π=-1 nilainya

Cos nπ $\begin{cases} -1\; untuk\; n\; ganjil \\ 1\; untuk\; n\; genap \end{cases}$ dan cos nπ $\begin{cases} 2\; untuk\; n\; ganjil \\ 0\; untuk\; n\; genap \end{cases}$

Maka koefisien fourier dari b_n pada fungsi ini adalah

$b_1 = \frac{4k}{\pi}$, b_2 =0, $b_3 = \frac{4k}{3\pi}$, b_4 =0, $b_5 = \frac{4k}{5\pi}$

Dengan bentuk sinyal rectengular seperti berikut

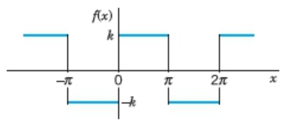


Fig. 260. Given function $f(x)$ (Periodic reactangular wave)

Saat a_n adalah 0, fourier dari f(x) adalah

$\frac{4k}{\pi}$(sinx + $\frac{1}{3}$ sin 3x +$\frac{1}{5}$$sin\, 5x\, + \ldots.$)

Dan total parsial nya adalah

$S_1 = \frac{4k}{\pi}$sinx, $S_2 = \frac{4k}{\pi}$(sin x +$\frac{1}{3}$sinx)

Dengan memasukkan 2π maka hasil dari fourier dapat dibuat grafik dibawah ini…

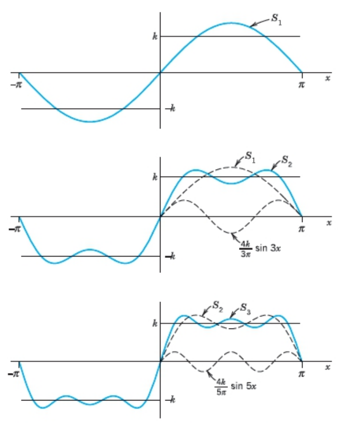


Fig. 261. First three partial sums of the corresponding Fourier series

5. Apa yang dimaksud dengan integral fourier, jelaskan dengan grafik atau gambar fungsinya

Integral fourier hadir dari adanya problem pada fungsi nonperiodic pada aplikasi integral.

Misalnya ada fungsi f_L dengan periode 2L

Maka jika dibuat L -> ∞ dan dilakukan hal yang sama pada f_L periode 2L.

Teorema 1 integral fourier: Jika f kontinu sepotong-sepotong pada x disetiap selang terhingga dan jika integral f(x) dx ada, maka f (x) dapat di representasikan dengan suatu integral Fourier. Saat titik f (x) tidak kontinu, nilai integral Fourier tersebut sama dengan rata-rata limit kiri dan limit

kanan fungsi di titik tersebut

akan menghasilkan representasi integrlal dalam contoh contoh berikut

Periode 2L >2 dari gelombang rectengular, $f_L(x)$

$$f_L(x)\begin{cases} 0\ jika\ -L < x < -1 \\ 1\ jika\ -1 < x < 1 \\ 0\ jika\ 1 < x < L \end{cases}$$

Jika 2L= 4,8,16 pada fungsi nonperiodic f(x) dimana pada f_L, L->∞

Maka

$$f(x) = \lim_{L \to \infty} fL(x) \begin{cases} 1\ jika\ -1 < x < 1 \\ 0\ \ else \end{cases}$$

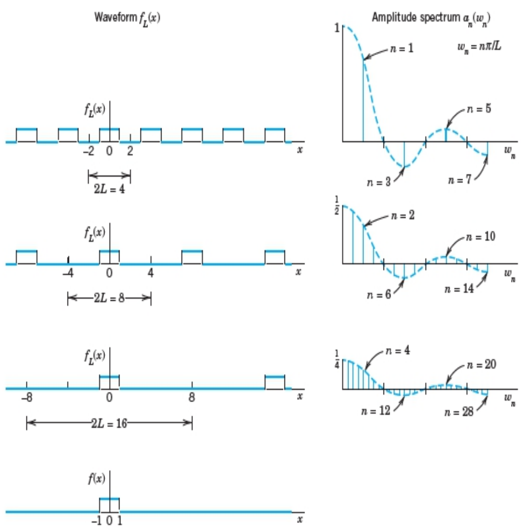


Fig. 280. Waveforms and amplitude spectra in Example 1